УДК 536.2

ТЕПЛООБМЕН В СТЕРЖНЕ В УСЛОВИЯХ ВЫНУЖДЕННОЙ КОНВЕКЦИИ

Попов А.И., Еремин А.В.

Самарский государственный технический университет

E-mail: pixinot@icloud.com

Интенсификация процесса теплообмена в теплообменном оборудовании является важнейшей задачей современной теплотехники. Все методы интенсификации теплообмена можно разделить на активные и пассивные. Пассивные методы, в отличии от активных, не требуют подвода дополнительной энергии для работы, поэтому являются более эффективными. Одним из таких методов является ошиповка (оребрение) поверхностей теплообмена. В данной статье численным методом (методом конечных разностей) в безразмерных величинах решена нестационарная задача теплообмена в стержне. Представлены графические результаты, позволяющие заключить, что при высокой интенсивности теплообмена в определенной части стержня тепловой поток, направленный по оси стержня, равен нулю, так как температура стержня на этом участке близка к температуре окружающей среды. Так же представлен график, позволяющий графически определить оптимальную длину стержня.

Ключевые слова: теплообмен в стержне, метод конечных разностей, тепловой поток, оптимальная длина стержня, граничные условия третьего рода, безразмерные параметры.

HEAT TRANSFER IN THE ROD IN CONDITIONS OF FORCED CONVECTION

Popov A.I., Eremin A.V.

Often in technology, namely in heat exchangers, there is a need to intensify the processes of heat exchange. All methods of heat transfer enhancement can be divided into active and passive. Passive methods, unlike active ones, do not require the supply of additional energy for work, and therefore are more efficient. One of such methods is studying (fins) of heat exchange surfaces. In this article, the non–stationary problem of heat transfer in the rod was solved by numerical method (by the finite difference method) in dimensionless quantities. Graphic results are presented, which make it possible to conclude that at high intensity of heat transfer in a certain part of the rod, the heat flux directed along the axis of the rod is zero, since the temperature of the rod in this area is close to the ambient temperature. Also presented is a graph that allows you to graphically determine the optimal length of the rod.

Keywords: rod, finite difference method, heat flux, optimal rod length, third–kind boundary conditions, dimensionless parameters.

На сегодняшний день в теплотехнике для интенсификации процесса теплообмена в основном применяется ошиповка или оребрение поверхностей теплообмена [2, 4]. Ошиповка теплообменных поверхностей применяется в тех случаях, когда в теплообменных устройствах коэффициент теплоотдачи (α) от одной среды гораздо меньше коэффициента теплоотдачи другой среды, а так же для интенсификации процессов теплопередачи в целом.

Существует, например, плоская стенка толщиной δ с теплопроводностью λ, которая с одной стороны плоская и имеет площадь поверхности F_1, а с другой стороны оснащены ребрами из того же материала что и сама стенка и имеет площадь поверхности F_2. Коэффициенты теплоотдачи соответственно α_1 и α_2, где $\alpha_1 >> \alpha_2$. Жидкость омывающая плоскую сторону имеет температуру $t_{ж1}$, а оребреную – $t_{ж2}$. Плотность теплового потока через эту стенку будет равно $q = k(t_{ж1} - t_{ж2})$, где k – коэффициент теплопередачи, равный

$$\frac{1}{\frac{1}{\alpha_1 F_1} + \frac{\delta}{\lambda}\frac{1}{F_1} + \frac{1}{\alpha_2 F_2}}.$$

Из этого следует, что для увеличения теплопередачи через стенку необходимо увеличить F_2. Данная технология применяется в большинстве отопительных приборов, которые нагреваются водой, а охлаждаются воздухом.

Рассмотрим вывод дифференциального уравнения в частных производных, описывающего распределение температуры в стержне постоянного сечения с учетом теплообмена на его боковой поверхности [1]. Выделим участок стержня, ограниченный поперечными сечениями с абсциссами x и $x + \Delta x$, и составим для него уравнение теплового баланса. Количество тепла, входящее через поперечное сечение с абсциссой x за промежуток времени Δt, равно $-\lambda S \frac{\partial T}{\partial x}\Delta t$. Если отбросить бесконечно малые величины высших порядков, то значение частной производной по x в точке $x + \Delta x$ будет равно $\frac{\partial T}{\partial x} + d_x\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right) = \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\Delta x$. Поэтому величина теплового потока, выходящего через сечение $x + \Delta x$, равна $-\lambda S\left(\frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\Delta x\right)\Delta t$. Взяв разность величин входящего и выходящего тепловых потоков, мы получим количество тепла ΔQ, сообщенное выбранному участку стержня за время Δt:

$$\Delta Q = -\lambda S \frac{\partial T}{\partial x}\Delta t + \lambda S\left(\frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\Delta x\right)\Delta t = \lambda S \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\Delta x \Delta t. \qquad (1)$$

По закону Ньютона количество тепла, поступающего в отрезок стержня через боковую поверхность за этот же промежуток времени, равно

$$\alpha[T_{ср}-T(x,t)]p\Delta x\Delta t, \qquad (2)$$

где $p\Delta x$ – площадь боковой поверхности, α –коэффициент теплообмена и $T_{ср}$ – температура внешней среды. Составляя уравнение теплового баланса, получим

$$\lambda S\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\Delta x\Delta t+\alpha[T_{ср}-T(x,t)]p\Delta x\Delta = c\rho S\Delta x\frac{\partial T}{\partial t}\Delta t, \qquad (3)$$

где правая часть представляет тепло, благодаря которому температура в точке стержня изменилась на $\frac{\partial T}{\partial t}$. Разделив обе части равенства на $c\rho S\Delta x\Delta t$, приведем уравнение к виду

$$\frac{\partial T}{\partial x}=a\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+b(T_{ср}-T), \qquad (4)$$

где $a=\frac{\lambda}{c\rho}$ –коэффициент температуропроводности, а $b=\frac{p\alpha}{c\rho S}$.

Краевая задача будет иметь следующий вид

$$\frac{\partial T(x,t)}{\partial t}=a\frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2}+b(T_{ср}-T(x,t)); \quad (t>0; \qquad 0<x<l) \qquad (5)$$

$$T(x,0)=T_0; \qquad (6)$$

$$T(0,t)=T_{ст}; \qquad (7)$$

$$\lambda\frac{\partial T(l,t)}{\partial x}=\alpha(T_{ст}-T), \qquad (8)$$

где T – температура; x – координата; t – время; $T_{ст}$ – температура стенки; T_0 – начальная температура; $T_{ср}$ – нагреваемая среда; a – коэффициент температуропроводности; α – коэффициент теплоотдачи на торце стержня ($x=l$); λ – коэффициент теплопроводности материала стержня; l – длина стержня; $b=p\alpha_1/(c\rho S)$; p – периметр поперечного сечения; S – площадь поперечного сечения; α_1 – коэффициент теплоотдачи на боковой поверхности стержня; $c\rho$ – теплоемкость и плотность материала стержня.

Введем следующие безразмерные параметры [3]:

$$\Theta=\frac{T-T_{ср}}{T_0-T_{ср}}; \quad \mathrm{Fo}=\frac{at}{l^2}; \quad \xi=\frac{x}{l}; \quad \mathrm{Bi}=\alpha\frac{l}{\lambda}; \quad D=\frac{T_{ст}-T_{ср}}{T_0-T_{ср}}; \quad B=bl^2/a, \qquad (9)$$

где Θ, Fo, ξ –соответственно безразмерные температура, время, координата; B, Bi, D – безразмерные комплексы.

Задача (4) – (7) с учетом принятых обозначений примет вид

$$\frac{\partial\Theta(\xi,\mathrm{Fo})}{\partial\mathrm{Fo}}=\frac{\partial^2\Theta(\xi,\mathrm{Fo})}{\partial\xi^2}-B\Theta(\xi,\mathrm{Fo})\,;\quad (\mathrm{Fo}>0;\quad 0<\xi<l)\,; \tag{10}$$

$$\Theta(\xi,0)=1\,; \tag{11}$$

$$\Theta(0,\mathrm{Fo})=D\,; \tag{12}$$

$$\partial\Theta(1,\mathrm{Fo})/\partial\xi+\mathrm{Bi}\,\Theta(1,\mathrm{Fo})=0\,. \tag{13}$$

Для решения задачи (10)– (13) методом конечных разностей в рассматриваемой области, введем пространственно– временну́ю сетку с шагами $\Delta\xi$, $\Delta\mathrm{Fo}$ соответственно по переменным ξ, Fo так, что

$$\xi_i=i\Delta\xi,\quad i=\overline{0,I}\,;\ \mathrm{Fo}_k=k\,\Delta\mathrm{Fo},\quad k=\overline{0,K}\,, \tag{14}$$

где I, K – число шагов по координатам ξ, Fo.

На сетке (14) введем сеточные функции $\Theta_i^k=\Theta(\xi_i,\,\mathrm{Fo}_k)$. Используя явную схему аппроксимации дифференциальных операторов, задача (10) – (13) может быть записана в виде

$$\frac{\Theta_i^{k+1}-\Theta_i^k}{\Delta\mathrm{Fo}}=\frac{\Theta_{i-1}^k-2\Theta_i^k+\Theta_{i+1}^k}{\Delta\xi^2}-B\Theta_i^k\,; \tag{15}$$

$$\Theta_i^0=1; \tag{16}$$

$$\Theta_0^k=D; \tag{17}$$

$$\frac{\Theta_I^k-\Theta_{I-1}^k}{\Delta\xi^2}+\mathrm{Bi}\,\Theta_I^k=0\,. \tag{18}$$

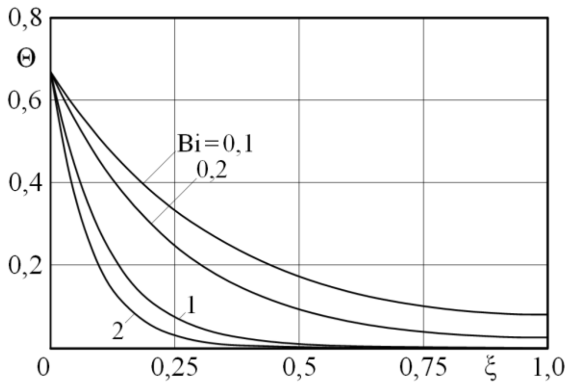

Рисунок 1. Распределение температуры ($\mathrm{Fo}=1$)

Результаты решения задачи (15) – (18) представлены на рис. 1. Анализ результатов численных расчетов распределения температуры по длине стержня позволяет заключить, что при высокой интенсивности теплообмена ($\mathrm{Bi}>0{,}5$) часть стержня принимает температуру окружающей среды. Так, например, при $\mathrm{Bi}=1$ безразмерная температура в диапазоне значений $0{,}6<\xi<1$ равна нулю. При этом тепловой поток в направлении оси стержня на этом участке отсутствует.

На рис. 2 изображеныграфики $\frac{\partial\Theta}{\partial\xi}$ из которых видно, что тепловой поток на участке $0{,}6 < \xi < 1$ при $\mathrm{Bi} > 0{,}5$отсутствует, так как отношение $\frac{\partial\Theta}{\partial\xi}$ по физическому смыслу представляет собой ни что иное как тепловой поток.

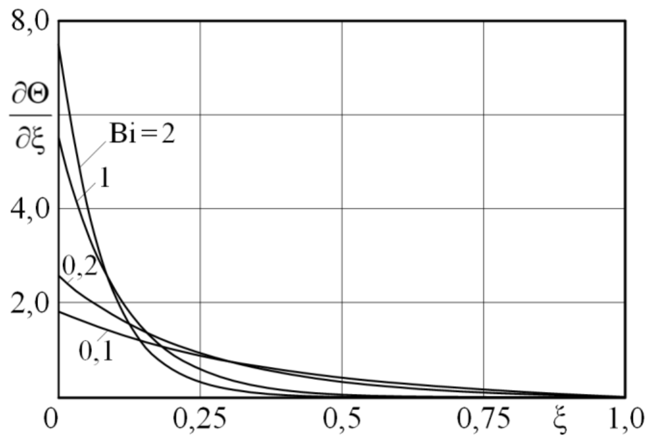

Рисунок 2. Отношение $\partial\Theta / \partial\xi$

Таким образом, дальнейшее увеличение длины стержня не приводит к увеличению теплового потока в направлении оси стержня, т.е. существует оптимальная длина стержня, при которой тепловая мощность стержня (шипа, ребра) перестает увеличиваться. На рис. 3 представлена зависимость оптимальной длины ξ стержня от Bi.

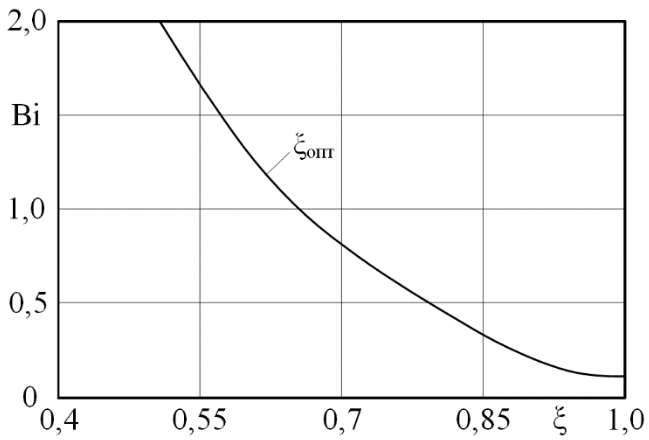

Рисунок 3. Зависимость $\xi_{опт}$*от* Bi.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда в рамках научного проекта № 18–79–00171.

Список литературы

1. Араманович И.Г, Левин В.И. Уравнения математической физики М.: Наука, 1969. 288 с.

2. Кудинов И.В., Еремин А.В., Сичинава Г.В., Бранфилева А.Н., Ткачев В.К., Курганова О.Ю. Экспериментальное исследование мощности газоводяных теплообменников // Вестник СамГТУ. Серия «Технические науки». Самара, 2017. №2(54). С.146 – 153.

3. Калиткин Н.Н. Численные методы М.: Наука, 1978. 512 с.

4. Кудинов В.А., Карташов Э.М., Стефанюк Е.В.ТеплотехникаМ.: Курс: ИНФРА – М, 2015.424 с.

5. Лыков А.В. Теория теплопроводности М.: Высшая школа, 1967. 600 с.